✲✲✲ **Neem GR - practicum 1 door.** (de uitwerkingen hiervan vind je op het laatste blad)

1a Tellen (van de eindpunten) geeft 6 keuzemogelijkheden. Berekening: $2 \times 3 = 6$.

1b Voordeel van een wegendiagram: minder werk om te maken.
Nadeel van een wegendiagram: de keuzemogelijkheden staan niet apart vermeld.

2a Neem het rooster hiernaast over.

2b Er zijn 10 mogelijkheden om *samen minstens* 9 te gooien. (zie hiernaast)

2c 36, 45, 46, 54, 55, 56, 63, 64, 65, 66.

6	7	8	9	10	11	12
5	6	7	8	9	10	11
4	5	6	7	8	9	10
3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7
SOM	1	2	3	4	5	6

3a Bij een halve competitie speelt elk team één keer tegen elk ander team.

3b Liefst een rooster. (maak er zelf ook een)

3c Er zijn $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ wedstrijden. (de grijze vakjes)

3d Aantal wedstrijden: $(n-1) + (n-2) + ... + 3 + 2 + 1$ of $(n^2 - n) : 2 = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$.
(tel eerst alle hokjes in het rooster $\Rightarrow n \times n = n^2$; trek daar de n hokjes van de diagonaal van linksboven naar rechtsonder vanaf en deel dan nog door 2)

	4v1	4v2	4h1	4h2	4h3
4v1	-	-	-	-	-
4v2		-	-	-	-
4h1			-	-	-
4h2				-	-
4h3					-

4a Vijf teams spelen bij een hele competitie $5 \times 4 = 20$ wedstrijden. (gebruik het rooster hierboven)
In de voorronden dus $8 \times 20 = 160$ wedstrijden; in de kwartfinale (laatste 8 teams) $4 \times 2 = 8$ wedstrijden;
in de halve finale (laatste 4 teams) $2 \times 2 = 4$ en in de finale (laatste 2 teams) $1 \times 2 = 2$ wedstrijden.
Dus totaal $160 + 8 + 4 + 2 = 174$ wedstrijden.

4b 4×2 (in de voorronde) $+ 2$ (in de kwartfinale) $+ 2$ (in de halve finale) $+ 2$ (in de finale) $= 14$.

5a BAAA, ABAA, AABA (A winnaar in vier sets $\Rightarrow$ A staat na 3 sets al met 2-1 voor);
ABBB, BABB, BBAB (B winnaar in vier sets $\Rightarrow$ B staat na 3 sets al met 2-1 voor)

5b AAA (A winnaar in drie sets); BBB (B winnaar in drie sets);
BBAAA, ABBAA, AABBA, BABAA, BAABA, ABABA (A winnaar in vijf sets $\Rightarrow$ na 4 sets is het 2-2);
AABBB, BAABB, BBAAB, ABABB, ABBAB, BABAB (B winnaar in vijf sets $\Rightarrow$ 4 sets is het 2-2).
Dus totaal 2 (na 3 sets) + 6 (na 4 sets) + 12 (na 5 sets) = 20 manieren.

6 $3 \times 2 \times 2 = 12$. (zie het vereenvoudigde wegendiagram hiernaast)
(of uitschrijven: ro ge gr, ro ge ro, ro gr ge, ro gr ro en zo ook 4 mogelijkheden beginnend met geel en 4 beginnend met groen)

● 3 kleuren (rood, geel of groen) ● 2 kleuren (niet de eerste) ● 2 kleuren (niet de tweede) ●

7a *Som is 8* kan op 4 manieren. (zie het rooster hiernaast)

7b *Som is minder dan 8* kan op 18 manieren. (zie de grijze hokjes hiernaast)

7c *Product is 8* kan op 3 manieren. (maak een nieuw rooster of: 24, 42 en 18)

4	5	6	7	***8***	9	10	11	12
3	4	5	6	7	***8***	9	10	11
2	3	4	5	6	7	***8***	9	10
1	2	3	4	5	6	7	***8***	9
SOM	1	2	3	4	5	6	7	8

8a 16 ogen met de series 556, 565, 655, 466, 646 en 664 $\Rightarrow$ 6 mogelijkheden.

8b 17 ogen met 566, 656 en 665; 18 ogen met 666 $\Rightarrow$ minstens 16 ogen kan op $6 + 3 + 1 = 10$ manieren.

8c 114, 141, 411, 123, 132, 213, 231, 312, 321 en 222 $\Rightarrow$ 10 manieren.

9 8 leerlingen die aan muziek én aan sport doen. (zie de tabel hiernaast)

sp\mu	**wel**	**niet**	
wel	8	10	**18**
niet	4	**10**	14
	12	20	**32**

10 15 leerlingen hebben voor beide een voldoende.

wi\en	**onvold.**	**vold.**	
onvold.	**4**	2	**6**
vold.	7	15	22
	11	17	**28**

11 410 zonder bekeuring $\Rightarrow \frac{410}{512} \times 100\% = 80{,}1\%$.

alc\techn	**goed**	**slecht**	
pos.	70	**6**	**76**
neg.	410	26	436
	480	**32**	**512**

```
410/512
          .80078125
Ans*100
          80.078125
```

12a $2 \times 5 \times 3 = 30$ mogelijkheden.

12b 1 (geen oublie) $\times 5 \times 2$ (geen nootjes) $= 10$ mogelijkheden.

13a AAA kan op $2 \times 4 \times 5 = 40$ manieren.

13b AAA of BBB of CCC kan op $2 \times 4 \times 5 + 2 \times 2 \times 3 + 1 \times 2 \times 0 = 40 + 12 + 0 = 52$ manieren.

13c AAC of ACA of CAA kan op $2\times4\times0+2\times2\times5+1\times4\times5=0+20+20=40$ manieren.

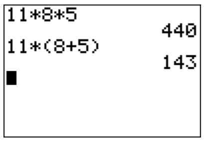
13d $\bar{B}\bar{B}\bar{B}$ kan op $3\times6\times5=90$ manieren. ($\bar{B}$ is een korte schrijfwijze voor: geen B)

13e ge ge ge of gr gr gr of bl bl bl of ro ro ro kan op $1\times2\times2+1\times2\times2+1\times2\times2+2\times2\times2=4+4+4+8=20$ manieren.

13f gr gr ro of gr ro gr of ro gr gr kan op $1\times2\times2+1\times2\times2+2\times2\times2=4+4+8=16$ manieren.

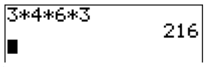
14a E D F kan op $11\times8\times5=440$ manieren. 11 keuzes (11 Engelse boeken) 8 keuzes (8 Duitse boeken) 5 keuzes (5 Franse boeken)

14b E $\bar{E}$ kan op $11\times(8+5)=143$ manieren. 11 keuzes (11 Engelse boeken) 8 + 5 keuzes (13 niet Engelse boeken)



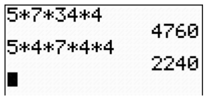
15a vlees vlees vlees $\Rightarrow 4\times2\times5=40$ manieren.
15b fruit fruit fruit $\Rightarrow 3\times2\times2=12$ manieren.
15c vlees vlees vlees of vis vis vis of fruit fruit fruit $\Rightarrow 4\times2\times5+3\times2\times4+3\times2\times2=40+24+12=76$ manieren.
15d vis fruit fruit $\Rightarrow 3\times2\times2=12$ manieren.
15e vis fruit fruit of fruit vis fruit of fruit fruit vis $\Rightarrow 3\times2\times2+3\times2\times2+3\times2\times4=12+12+24=48$ manieren.

16a $3\times4\times6\times3=216$. (bij de jasjes zijn 3 keuzes namelijk: het ene jasje, het andere jasje of geen jasje)



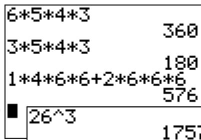
16b Een rok óf broek kan op $4+3=7$ manieren; blouse of trui OF blouse én trui kan op $(6+4)+6\times4=34$ manieren.
Zij kan zich op $5\times7\times34\times4=4\,760$ manieren kleden.

16c 5 (schoenen) $\times$ 4 (rok) $\times$ 1 (geen broek) $\times$ 7 (blouse of geen blouse) $\times$ 4 (coltrui) $\times$ 4 (jas of geen jas) $=2\,240$.

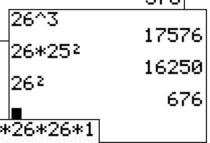


17
- de tweede letter een andere letter dan de eerste letter $\Rightarrow 4\times3=12$ codes. 4 keuzes (eerste letter) 3 keuzes (tweede letter)
- de letters mogen gelijk zijn $\Rightarrow 4\times4=16$ codes. 4 keuzes (eerste letter) 4 keuzes (tweede letter)

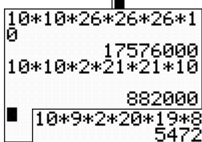
18a $6\times5\times4\times3=360$.
18b $3\times5\times4\times3=180$. (het eerste cijfer moet een 3, 4 of 5 zijn)
18c $1\times4\times6\times6+2\times6\times6\times6=576$. (eerst een 6 en als tweede cijfer minstens een 5 OF beginnend met een 7 of 8)

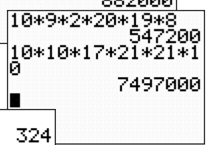


19a $26\times26\times26=17\,576$. 19b $26\times25\times25=16\,250$. 19c $1\times26\times26=676$.

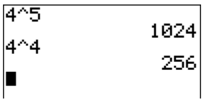


20a $10\times10\times26\times26\times26\times10=17\,576\,000$. (ons alfabet telt 26 letters)
20b $10\times10\times2\times21\times21\times10=882\,000$. (letters beginnen met een D of F; er zijn 5 klinkers: A, E, I, O en U)
20c $10\times9\times2\times20\times19\times8=547\,200$. (letters beginnen met een D of F en klinkers komen niet voor)
20d $10\times10\times17\times21\times21\times10=7\,497\,000$. (letters beginnen niet met een A, B, C, D, E, F, I, O of U)



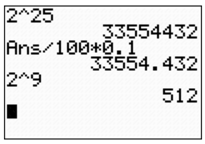


21a $4\times4\times4\times4\times4=1024$.
21b $1\times4\times4\times4\times4=256$.
(code begint met ♥)

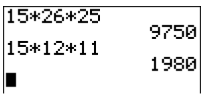


21c $4\times3\times3\times3\times3=324$.
21d $1\times1\times1\times1\times3\times5=15$.
(♣♣♣♣$\bar{♣}$ of ♣♣♣$\bar{♣}$♣ of ♣♣$\bar{♣}$♣♣ of ♣$\bar{♣}$♣♣♣ of $\bar{♣}$♣♣♣♣)

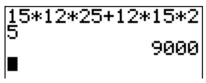
22a $2\times2\times2\times\ldots\times2=2^{25}=33\,554\,432$. (elk van de 25 hokjes kan al dan niet zwart zijn)
22b $\frac{33\,554\,432}{100}=335\,545$ (velletjes) $\Rightarrow 335\,545\times0{,}1=33\,554{,}5$ (mm $\approx$ 33,6 m).
22c $2\times2\times2\times\ldots\times2=2^{9}=512$. (elk van de 9 hokjes binnen de rand kan al dan niet zwart zijn)



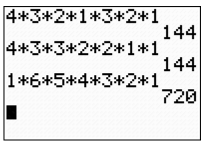
23a $15\times26\times25=9\,750$.
23b $15\times12\times11=1\,980$.



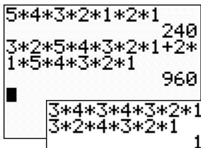
23c $15\times12\times25+12\times15\times25=9\,000$. (?mj of ?jm)
(begin met drank, dan hapjes en tenslotte muziek)



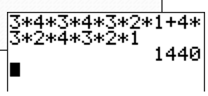
24a $4\times3\times2\times1\times3\times2\times1=144$.
24b $4\times3\times3\times2\times2\times1\times1=144$. (kan alleen mjmjmjm zijn)
24c $1\times6\times5\times4\times3\times2\times1=720$. (er is maar één student Frans)



24d $5\times4\times3\times2\times1\times2\times1=240$. (eerst de vijf niet-economie studenten)
24e $3\times2\times5\times4\times3\times2\times1+2\times1\times5\times4\times3\times2\times1=960$. (p?????p of e?????e)
(begin met het aanwijzen van de eerste en laatste student en daarna pas de anderen)



24f $3\times4\times3\times4\times3\times2\times1+4\times3\times2\times4\times3\times2\times1=1\,440$. (jmm???? of mjj????)



25a
- $6 \times 5 \times 4 = 120$. (elke letter mag maar één keer worden gebruikt)
- $6 \times 6 \times 6 = 6^3 = 216$. (elke letter mag vaker worden gebruikt)

25b
- $6 + 6 \cdot 5 + 6 \cdot 5 \cdot 4 + 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 + 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 + 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 1956$.
- $6 + 6^2 + 6^3 + 6^4 + 6^5 + 6^6 = 55\,986$.

```
6*5*4
                120
6^3
                216
6+6*5+6*5*4+6*5*
4*3+6*5*4*3*2+6*
5*4*3*2*1
               1956
6+6²+6^3+6^4+6^5
+6^6
              55986
```

26a $3 \times 6 \times 6 \times 3 \times 3 = 972$. (begin met een 2, 3 of 4)

26b $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 1 = 360$.

26c Eerste cijfer een 5 en tweede cijfer een 6 of 7 (en bij de laatste twee cijfers geen 5)
OF eerste cijfer een 6 of 7 en bij de volgende twee geen 5
OF eerste cijfer een 6 of 7 en bij de volgende twee wel een 5.
$1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 + 2 \cdot 1$ (de vijf) $\cdot 4 \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot 4 \cdot 1$ (de vijf) $\cdot 2 \cdot 1 = 192$.

```
3*6*6*3*3
                972
6*5*4*3*1
                360
1*2*4*2*1+2*4*3*
3*2+2*1*4*2*1+2*
4*1*2*1
                192
```

26d Bij de laatste twee cijfers geen 5 (bij de eerste drie cijfers al dan niet een 5)
OF bij de eerste drie cijfers geen 5 en bij de laatste twee cijfers wel (laatste twee cijfers dus $5\,\bar{5}$ of $\bar{5}\,5$)
$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 1 + 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 + 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 480$.

```
6*5*4*2*1+5*4*3*
1*2+5*4*3*2*1
                480
```

27a $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 19\,958\,400$.

27b $12 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11 = 233\,846\,052$.

```
12*11*10*9*8*7*6
*5
           19958400
12*11^7
          233846052
```

27c $12^8 = 429\,981\,696$.

27d $12 \cdot 11 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 11 \cdot 1 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11 = 1\,932\,612$.
(12 mogelijkheden voor laag 2, 3 en 5)

```
12^8
          429981696
12*11^5
            1932612
```

28a $14 \cdot 5 = 70$.

28b $16\,\overline{16}$ of $\overline{16}\,16 \Rightarrow 5 \cdot 26 + 26 \cdot 5 = 260$.

28c j m of m j $\Rightarrow 14 \cdot 17 + 17 \cdot 14 = 476$.

```
14*5
                 70
5*26*2
                260
14*17*2
                476
```

28d 15 15 of 16 16 of 17 17 $\Rightarrow$
$19 \cdot 18 + 5 \cdot 4 + 7 \cdot 6 = 404$.

28e 17 16 of 17 15 of 16 15 $\Rightarrow 7 \cdot 5 + 7 \cdot 19 + 5 \cdot 19 = 263$.

```
19*18+5*4+7*6
                404
7*5+7*19+5*19
                263
```

29a Hoeveel vier-lettercodes zijn er als herhalingen zijn toegestaan?

29b Hoeveel drie-lettercodes zijn er met drie verschillende letters?

29c Hoeveel lettercodes zijn er van twee letters met verschillende letters
of met drie letters waarbij herhalingen zijn toegestaan?

29d Hoeveel drie-lettercodes zijn er als er geen gelijke letters naast elkaar mogen staan?

30a $10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$.

30b $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3\,628\,800$.

```
10*9*8
                720
10*9*8*7*6*5*4*3
*2*1
            3628800
```

✲✲✲ **Neem GR - practicum 2a door.** (de uitwerkingen vind je op het laatste blad)

31 $12\,\text{nPr}\,5 = 95\,040$.

32 $14\,\text{nPr}\,10 = 3\,632\,428\,800$.

```
12

MATH NUM CPX PRB
1:rand
2:nPr
3:nCr
4:!
5:randInt(
6:randNorm(
7:randBin(

12 nPr 5
              95040
14 nPr 10
         3632428800
```

33a $4\,\text{nPr}\,4 = 4! = 24$. (een pincode bestaat uit 4 cijfers)

33b $1 \cdot 3\,\text{nPr}\,3 = 1 \cdot 3! = 3! = 6$.

```
4 nPr 4
                 24
4!
                 24
3!
                  6
```

34a $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 6! = 720$ (volgordes) $\Rightarrow 6! \times 2 = 1\,440$ (sec = 24 min).

34b $8! = 40\,320$ (volgordes) $\Rightarrow 8! \times 2 = 80\,640$ (sec = 22,4 uur).
(het zou kunnen kloppen)

```
6!
                720
Ans*2
               1440
Ans/60
                 24

8!
              40320
Ans*2
              80640
Ans/60/60
               22.4
```

35a $9\,\text{nPr}\,9 = 9! = 362\,880$.

35b $9 \cdot 8 = 9\,\text{nPr}\,2 = 72$.

35c $9\,\text{nPr}\,6 = 60\,480$.

```
9!
             362880
9 nPr 2
                 72
9 nPr 6
              60480
```

36a Hoeveel zes-lettercodes zijn er met zes verschillende letters? (uit de gegeven 6 letters)

36b Hoeveel drie-lettercodes zijn er met drie verschillende letters? (uit de gegeven 6 letters)

36c Hoeveel vier-lettercodes zijn er als herhalingen zijn toegestaan?

36d Hoeveel vier-lettercodes zijn er, waarbij de eerste letter een a of een b is en de andere letters moeten worden gekozen uit c, d, e en f waarbij herhalingen zijn toegestaan?

37a $8! = 40\,320$.

37b Het aantal mogelijke rangschikkingen waarbij het pakketje wiskundeboeken als 1 telt is 4!
Maar binnen dat pakketje wiskundeboeken zijn er 5! mogelijke rangschikkingen.
Het totaal aantal is $4! \cdot 5! = 2\,880$.

```
8!
              40320
4!*5!
               2880
```

37c De twee pakketjes kunnen op 2 manieren gezet worden (eerst de scheikundeboeken en dan de wiskundeboeken of omgekeerd)
Binnen het pakketje wiskundeboeken zijn er 5! mogelijke rangschikkingen en
binnen het pakketje scheikundeboeken zijn er 3! mogelijke volgorden $\Rightarrow 2! \cdot 5! \cdot 3! = 1\,440$.

```
2!*5!*3!
                1440
```

38a Kies eerst een klassiek stuk en dan een hedendaags stuk om mee te eindigen.
Aantal $= 3$ (klassiek aan begin) $\cdot\, 2$ (klassiek aan eind) $\cdot\, 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6 \cdot 7! = 30\,240$.

38b Neem eerst de vier romantische stukken als één pakket (met 4! rangschikkingen).
Aantal $= 6! \cdot 4! = 17\,280$.

38c $\bar{r}r\bar{r}r\bar{r}r\bar{r}r\bar{r} \Rightarrow$ Aantal $= 5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 5! \cdot 4! = 2\,880$.

38d [kkk] [rrrr] [hh] als 3 pakketjes kan al op 3! manieren $\Rightarrow$ Aantal $= 3! \cdot 3! \cdot 4! \cdot 2! = 1728$.

```
6*7!
               30240
```

```
6!*4!
               17280
5!*4!
                2880
3!*3!*4!*2!
                1728
```

39a DOP DPO OPD ODP PDO POD.

39b POP PPO OPP.

39c Verander je de D van DOP in een P, dan worden DOP en POD in 39a beide POP.

40a $\dfrac{9!}{4! \cdot 2!} = 7\,560$. (dubbele eruit delen)

40b $\dfrac{9!}{4! \cdot 2!} = 7\,560$.

```
9!/4!/2!
                7560
```

40c $\dfrac{16!}{3! \cdot 5! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = 3\,632\,428\,800$.

40d $\dfrac{11!}{4! \cdot 4! \cdot 2!} = 34\,650$.

```
16!/3!/5!/2!^3
          3632428800
11!/4!²/2!
               34650
```

41 $\dfrac{10!}{4! \cdot 3! \cdot 3!} = 4\,200$.

```
10!/4!/3!²
                4200
```

42a $4 \times 3 = 4 \text{ nPr } 2 = 12$.

```
4 nPr 2
                  12
```

42b De helft van 12, dus 6.

```
4 nPr 2
                  12
Ans/2!
                   6
4 nCr 2
                   6
```

✲✲✲ **Neem GR - practicum 2b door.** (de uitwerkingen vind je op het laatste blad)

43a Combinaties. (het gaat om een zestal leerlingen, zonder verdere rangschikking)

43b Permutaties. (het gaat om een drietal prijzen met een rangschikking, namelijk 1e, 2e en 3e prijs)

43c Combinaties. (het gaat om een vijftal kaartjes, zonder verdere rangschikking)

43d Combinaties. (het gaat om een vijftal leraren, zonder verdere rangschikking)

43e Permutaties. (het gaat om een drietal nummers met een rangschikking, namelijk 1e, 2e en 3e plaats)

44a $\binom{18}{4} = 18 \text{ nCr } 4 = 3\,060$.

44b $\binom{45}{6} = 45 \text{ nCr } 6 = 8\,145\,060$.

44c $\binom{20}{15} = 20 \text{ nCr } 5 = 15\,504$.

```
18 nCr 4
                3060
45 nCr 6
             8145060
20 nCr 15
               15504
```

45a $\binom{12}{3} = 220$.

45b $\binom{10}{5} = 252$.

45c $12 \cdot 10 \cdot 7 = 840$.

```
12 nCr 3
                 220
10 nCr 5
                 252
12*10*7
                 840
```

45d $29 \cdot 28 \cdot 27 \cdot 26 \cdot 25 = 29 \text{ nPr } 5 = 14\,250\,600$.

45e $9!$ (7 Ned. cd's en 2 pakketten) $\cdot\, 12! \cdot 10! \approx 6{,}3 \cdot 10^{20}$.

45f $\binom{7}{3} = 35$.

```
29 nPr 5
            14250600
9!*12!*10!
      6.307583811E20
7 nCr 3
                  35
```

46a $\binom{15}{5} = 3\,003$.

46b $\binom{13}{5} = 1\,287$, dus het aantal vermindert met $3\,003 - 1\,287 = 1\,716$.

```
15 nCr 5
                3003
13 nCr 5
                1287
3003-1287
                1716
```

47a $\binom{28}{8} = 3\,108\,105$.

47b $8 \text{ nPr } 8 = 8! = 40\,320$.

```
28 nCr 8
             3108105
8!
               40320
```

47c $\binom{8}{5} = 56$.

47d $\binom{20}{6} = 38\,760$.

```
8 nCr 5
                  56
20 nCr 6
               38760
```

48a $\binom{60}{5} = 5\,461\,512$.

48b $\binom{40}{4} = 91\,390$.

48c $\binom{60}{5} \cdot \binom{40}{4} \approx 4{,}99 \times 10^{11}$ (499 miljard).

```
60 nCr 5
             5461512
40 nCr 4
               91390
60 nCr 5*40 nCr
4
      4.991275817E11
```

49a $\binom{6}{3} \cdot \binom{9}{3} = 1680$.

49b $\binom{6}{6} = 1$. (een zestal uit 6 jongens)

49c $\binom{6}{6} + \binom{6}{5} \cdot \binom{9}{1} = 55$. (geen meisje en dus 6 jongens of 1 meisje en 5 jongens)

49d $\binom{6}{5} \cdot \binom{9}{1} + \binom{6}{6} = 55$. (5 jongens en dus 1 meisje of 6 jongens en geen meisje)

```
6 nCr 3*9 nCr 3
                1680
6 nCr 6
                   1
6 nCr 6+6 nCr 5*
9 nCr 1
                  55
```

50a $\binom{3}{1}\cdot\binom{4}{2}\cdot\binom{5}{2}=180.$

50b $\binom{5}{4}\cdot\binom{7}{1}+\binom{5}{5}=36.$

```
3 nCr 1*4 nCr 2*
5 nCr 2
             180
5 nCr 4*7 nCr 1+
5 nCr 5
              36
```

50c $\binom{8}{5}+\binom{8}{4}\cdot\binom{4}{1}=336.$

50d $\binom{7}{5}=21.$

```
8 nCr 5+8 nCr 4*
4 nCr 1
             336
7 nCr 5
              21
```

51a $\binom{6}{3}=20.$

51b $6\cdot5\cdot4=6 \text{ nPr } 3=120.$

51c $6\cdot6\cdot6=6^3=216.$

```
6 nCr 3
              20
6*5*4
             120
6^3
             216
```

52a $\binom{36}{8}=30\,260\,340.$

52b $\binom{36}{4}\cdot\binom{33}{4}=2\,410\,392\,600.$

52c $\binom{20}{2}\cdot\binom{36}{5}\cdot\binom{13}{1}=931\,170\,240.$

```
36 nCr 8
        30260340
36 nCr 4*33 nCr
4
      2410392600
```

```
20 nCr 2*36 nCr
5*13 nCr 1
       931170240
```

52d $\binom{36}{7}\cdot\binom{33}{1}+\binom{36}{8}=305\,733\,780.$

52e $\binom{16}{2}\cdot\binom{53}{6}=2\,754\,897\,600.$

```
36 nCr 7*33 nCr
1+36 nCr 8
       305733780
16 nCr 2*53 nCr
6
      2754897600
```

53a $3\cdot\binom{4}{2}\cdot\binom{7}{3}=630.$

53b $(\binom{4}{2}+\binom{4}{3}+\binom{4}{4})\cdot\binom{3}{2}=33.$

```
3*4 nCr 2*7 nCr
3
             630
(4 nCr 2+4 nCr 3
+4 nCr 4)*3 nCr
2
              33
```

53c $3\cdot(\binom{7}{2}+\binom{7}{3})\cdot(\binom{5}{2}+\binom{5}{3})=3360.$

```
3*(7 nCr 2+7 nCr
 3)*(5 nCr 2+5 n
Cr 3)
            3360
```

54a $\binom{3}{1}\cdot\binom{8}{4}\cdot\binom{6}{4}\cdot\binom{5}{2}=31500.$

54b $\binom{5}{2}\cdot\binom{9}{4}\cdot\binom{8}{4}\cdot\binom{3}{1}=264\,600.$

```
3 nCr 1*8 nCr 4*
6 nCr 4*5 nCr 2
           31500
5 nCr 3*9 nCr 4*
8 nCr 4*3 nCr 1
          264600
```

(kies eerst 2 aanvallers uit de 5 aanvallers en dan vier middenvelders uit de $6+3=9$ beschikbare middenvelders)

55a $\binom{44}{6}=7\,059\,052$ (mogelijke combinaties). Nee, het scheelt $7\,059\,052-5\,000\,000=2\,059\,052.$

```
44 nCr 6
         7059052
Ans-5000000
         2059052
```

55b Uit te keren over een periode van 20 jaar: $\frac{2}{3}\times27\,000\,000=18\,000\,000$ (\$).
Winst: $18\,000\,000-5\,000\,000$ (kosten van 5 miljoen formulieren) $=13\,000\,000$ (\$).
20 jaar heeft 240 maanden $\Rightarrow$ winst per maand per deelnemer is (20 jaar lang) $\frac{13\,000\,000}{20\cdot12\cdot2500}=21{,}67$ (\$).

```
13000000/(20*12*
2500)
     21.66666667
```

56a Hoeveel volgordes zijn mogelijk met 7 verschillende dingen?

56b Op hoeveel manieren kun je 3 van de 7 vakjes zwart maken?

56c Op hoeveel manieren kun je één jongen en één meisje kiezen uit een groep van 7 jongens en 3 meisjes?

56d Hoeveel drie-lettercodes zijn er te maken met de letters a, b, c, d, e, f en g
waarbij iedere letter meerdere keren mag voorkomen?

56e Op hoeveel manieren kun je 7 drie-keuzevragen beantwoorden?

56f Op hoeveel manieren kun je een voorzitter, een secretaris en een penningmeester kiezen uit 7 mensen?

57a $\binom{17}{0}=1,\ \binom{17}{1}=17,\ \binom{17}{16}=17$ en $\binom{17}{17}=1.$

57b Je kunt op één manier 0 personen kiezen (dus 17 personen niet kiezen) uit een groep van 17,
je kunt op 17 manieren 1 persoon kiezen uit een groep van 17,
je kunt op 17 manieren 16 personen kiezen (dus 1 persoon niet kiezen) uit een groep van 17 en
je kunt op één manier 17 personen kiezen uit een groep van 17.

57c $\binom{n}{0}=1,\ \binom{n}{1}=n,\ \binom{n}{n-1}=n$ en $\binom{n}{n}=1.$

58a $\binom{20}{5}\cdot\binom{15}{5}\cdot\binom{10}{5}\cdot\binom{5}{5}\approx1{,}2\times10^{10}.$

```
20 nCr 5*15 nCr
5*10 nCr 5*5 nCr
 5
 1.173274502E10
```

58b $\binom{30}{6}\cdot\binom{24}{6}\cdot\binom{18}{6}\cdot\binom{12}{6}\cdot\binom{6}{6}\approx1{,}4\times10^{18}.$

```
30 nCr 6*24 nCr
6*18 nCr 6*12 nC
r 6*6 nCr 6
 1.370874168E18
```

58c $\binom{8}{2}\cdot\binom{6}{3}\cdot\binom{3}{3}=\binom{8}{2}\cdot\binom{6}{3}=560.$

```
8 nCr 2*6 nCr 3*
3 nCr 3
             560
8 nCr 2*6 nCr 3
             560
```

59 $\binom{10}{1}\cdot\binom{9}{3}\cdot\binom{6}{6}=\binom{10}{1}\cdot\binom{9}{3}=840.$

```
10 nCr 1*9 nCr 3
*6 nCr 6
             840
10 nCr 1*9 nCr 3
             840
```

60 $\binom{12}{2}+\binom{12}{3}+\binom{12}{4}+\binom{12}{5}=1573.$

```
12 nCr 2+12 nCr
3+12 nCr 4+12 nC
r 5
            1573
```

61 Noem de groepen A, B en C. Dan een woord van 12 letters, waarvan 3 A's, 4 B's en 5 C's $\Rightarrow$ aantal $= \frac{12!}{3!\cdot 4!\cdot 5!}$.

62a Combinaties, de volgorde waarin de groene vierkantjes gekozen worden is niet van belang.

62b $\binom{6}{2} = 15$.

```
6 nCr 2
                15
```

63a $2^{10} = 1024$.

63b $\binom{10}{8} = 45$.

```
2^10
              1024
10 nCr 8
                45
```

63c $\binom{10}{5} = 252$.

63d $1\cdot 1\cdot 2^8 = 2^8 = 256$.

```
10 nCr 5
               252
2^8
               256
```

63e $1\cdot\binom{8}{3}\cdot 1 = \binom{8}{3} = 56$.

```
8 nCr 3
                56
```

64a $2^{20} = 1\,048\,576$.

64b $\binom{20}{15} = 15\,504$.

```
2^20
           1048576
20 nCr 15
             15504
```

64c Minstens 80% van de 20 vragen, dus minstens 16 vragen.
Dus $\binom{20}{16}+\binom{20}{17}+\binom{20}{18}+\binom{20}{19}+\binom{20}{20} = 6196$ mogelijkheden.
Dat is in $\frac{6196}{1\,048\,576}\times 100\% \approx 0{,}6\%$ van alle mogelijkheden.

```
20 nCr 16+20 nCr
 17+20 nCr 18+20
 nCr 19+20 nCr 2
0
              6196
Ans/1048576*100
      .5908966064
```

65a $2^{19} = 524\,288$.

65b $\binom{19}{5} = 11\,628$.

```
2^19
            524288
19 nCr 5
             11628
```

65c $\binom{19}{0}+\binom{19}{1} = 1 + 19 = 20$.

65d $2^{16} = 65\,536$. (de andere 16 aan of uit)

```
19 nCr 0+19 nCr
1
                20
2^16
             65536
```

66a $\binom{12}{5} = 792$.

66b $\binom{12}{4}\cdot\binom{8}{5}\cdot\binom{3}{3} = 27\,720$.

```
12 nCr 5
               792
12 nCr 4*8 nCr 5
*3 nCr 3
             27720
```

66c $\binom{12}{3}\cdot\binom{9}{4}\cdot\binom{5}{2}\cdot\binom{3}{3} = 277\,200$.

```
12 nCr 3*9 nCr 4
*5 nCr 2*3 nCr 3
            277200
```

67a Bijvoorbeeld: NNNNOOOO en NNNONOOO.

67b NOONNNOO wel, maar NNOONNONO (5 letters N) niet.

67c Totaal 8 letters waarvan 4 de letter N.

67d $\binom{8}{4} = 70$.

```
8 nCr 4
                70
```

68a $\binom{14}{8} = 3\,003$.

68b $\binom{8}{3}\cdot\binom{4}{3}\cdot\binom{5}{2} = 2\,240$.

68c $\binom{7}{3}\cdot\binom{8}{5} = 1\,960$.

```
14 nCr 8
              3003
8 nCr 3*4 nCr 3*
5 nCr 2
              2240
7 nCr 3*8 nCr 5
              1960
```

69a $\binom{5}{3}\cdot\binom{6}{3}\cdot\binom{8}{3} = 11\,200$.

69b $\binom{4}{2}\cdot\binom{2}{1}\cdot\binom{9}{3}\cdot\binom{2}{1} = 2\,016$.

```
5 nCr 3*6 nCr 3*
8 nCr 3
             11200
4 nCr 2*2 nCr 1*
9 nCr 3*2 nCr 1
              2016
```

70a Alleen rechtstreeks van P naar Q.
Aantal routes van A naar $B = \binom{4}{2}\cdot 1\cdot\binom{4}{2} = 36$.

70b Aantal routes van A naar B
$= 2 \times$ aantal routes via de linkerkant
$= 2\cdot 1\cdot\binom{5}{3}\cdot 1\cdot\binom{5}{2} = 200$.

```
4 nCr 2*1*4 nCr
2
                36
2*1*5 nCr 3*1*5
nCr 2
               200
```

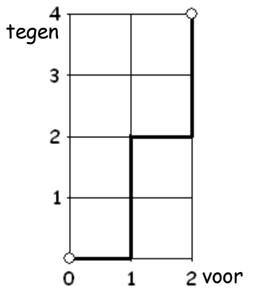
71a $\binom{12}{4}\cdot\binom{15}{3} = 225\,225$.

```
12 nCr 4*15 nCr
3
            225225
```

71b $\binom{12}{4}\cdot 1\cdot\binom{10}{4} = 103\,950$.

```
12 nCr 4*1*10 nC
r 4
            103950
```

72a Zie het rooster hiernaast.



72b $\binom{6}{4} = 15$.

72c $\binom{4}{1}\cdot\binom{5}{3} = 40$. (na rust is de score 2-3)

```
6 nCr 4
                15
4 nCr 1*5 nCr 3
                40
```

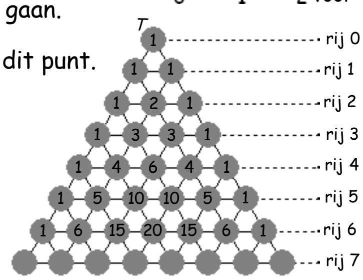
73a $\binom{9}{3} = 84$.

73b $\binom{4}{0}+\binom{4}{1}+\binom{4}{2}+\binom{4}{3}+\binom{4}{4} = 2^4 = 16$.

```
9 nCr 3
                84
4 nCr 0+4 nCr 1+
4 nCr 2+4 nCr 3+
4 nCr 4
                16
```

74a Om van T in A te komen moet je 6 wegen doorlopen waarvan twee wegen naar rechts gaan.

74b Om in het punt linksonder te komen, moet je 0 keer naar rechts, dus $\binom{6}{0}$ routes naar dit punt.
Zo zijn er $\binom{6}{1}$ routes naar het punt ernaast, $\binom{6}{2}$ routes naar A, enz.
Op de zesde rij staan dus de getallen $\binom{6}{0}$, $\binom{6}{1}$, $\binom{6}{2}$, $\binom{6}{3}$, $\binom{6}{4}$, $\binom{6}{5}$ en $\binom{6}{6}$.
De som van deze getallen is $1+6+15+20+15+6+1 = 2^6 = 64$.

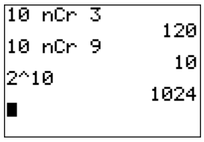


74c Zie de figuur hiernaast.

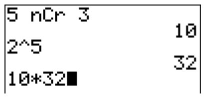
74d De getallen op de zevende rij: 1; $1+6=7$; $6+15=21$; $15+20=35$; $20+15=35$; $15+6=21$; $6+1=7$ en 1.
Op de achtste rij: 1; $1+7=8$; $7+21=28$; $21+35=56$; $35+35=70$; $35+21=56$; $21+7=28$; $7+1=8$ en 1.

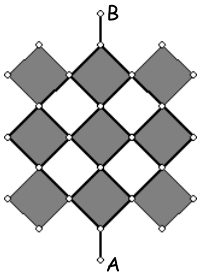
74e $\binom{10}{0}+\binom{10}{1}+\binom{10}{2}+\binom{10}{3}+\binom{10}{4}+\binom{10}{5}+\binom{10}{6}+\binom{10}{7}+\binom{10}{8}+\binom{10}{9}+\binom{10}{10} = 2^{10} = 1024$.

75a $\binom{10}{3} = 120.$ 75b $\binom{10}{9} = 10.$ 75c $2^{10} = 1024.$

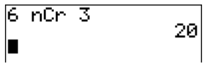


75d Van S naar Y zijn er $\binom{5}{3} = 10$ en van Y naar het strand zijn er $2^5 = 32.$
Dus er zijn $10 \times 32 = 320$ routes van S via Y naar het strand.

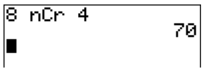




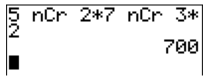
76 Vervang de kwartbogen door rechte lijnstukjes. Je loopt dan in het rooster hiernaast.
Het aantal kortste routes van A naar B is $1 \cdot \binom{6}{3} \cdot 1 = \binom{6}{3} = 20.$



77a Elke kortste route van W naar A is goed $\Rightarrow \binom{8}{4} = 70.$



77b Elke kortste route van G via een middelste E's naar de laatste E is goed $\Rightarrow \binom{5}{2} \cdot \binom{7}{3} \cdot 2 = 700.$



Diagnostische toets

D1a 5 mogelijkheden om samen 8 te gooien.
(zie het eerste rooster hiernaast)

D1b 10 mogelijkheden om samen meer dan 8 te gooien.
(zie het eerste rooster hiernaast)

D1c 17 mogelijkheden waarbij het product van de ogen minder dan 10 is.
(zie het tweede rooster hiernaast)

6	7	8	9	10	11	12
5	6	7	8	9	10	11
4	5	6	7	8	9	10
3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7
+	1	2	3	4	5	6

6	6	12	18	24	30	36
5	5	10	15	20	25	30
4	4	8	12	16	20	24
3	3	6	9	12	15	18
2	2	4	6	8	10	12
1	1	2	3	4	5	6
×	1	2	3	4	5	6

D2a Uitschrijven: 111, 112, 121, 211, 113, 131, 311, 122, 212 en 221 $\Rightarrow$ 10 mogelijkheden.

D2b Uitschrijven: 114, 141, 411, 123, 132, 213, 231, 312, 321 en 222 $\Rightarrow$ 10 mogelijkheden.

va\mo	**wel**	**niet**	
wel	4	11	**15**
niet	16	**69**	85
	20	80	**100**

D3 Alleen de vader (zie het grijze vak in het rooster hiernaast) $\Rightarrow$ 11 eerstejaars studenten.

D4a $4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 10 = 600$. D4b $(4+3)\cdot(5+10) = 7 \cdot 15 = 105$.

```
4*3*5*10
         600
7*15
         105
```

```
7 nPr 5
        2520
3*6*5*4*3
        1080
7^5
       16807
```

D5a $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 7 \text{ nPr } 5 = 2520$.

D5b $3 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 1080$. (als eerste cijfer alleen een 2, een 3 of een 4)

D5c $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^5 = 16\,807$.

D5d $1 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$ (getallen tussen 54000 en 60000) $+ \, 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$ (getallen boven 60000) $= 8\,918$.

```
5*7^3+3*7^4
        8918
```

D6a $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 8 \text{ nPr } 8 = 8! = 40\,320$. (deze opgave gaat over 8 verschillende fietsen)

D6b $6!$ (tel eerst de jongensfietsen als 1 pakket) $\cdot \, 3!$ (mogelijkheden met de 3 jongensfietsen) $= 4\,320$.

D6c $5 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4$ (zet eerst twee meisjesfietsen aan de buitenkant) $= 5 \cdot 4 \cdot 6! = 14\,400$.

```
8!
       40320
6!*3!
        4320
5*4*6!
       14400
```

D7a $\frac{7!}{2! \cdot 2!} = 1260$. (dubbele letters eruit delen)

D7b $\frac{8!}{3! \cdot 2!} = 3360$. (dubbele letters eruit delen)

```
7!/2!/2!
        1260
8!/3!/2!
        3360
```

D7c $\frac{10!}{2! \cdot 3!} = 302\,400$.

D7d $\frac{10!}{2! \cdot 4!} = 75\,600$.

```
10!/2!/3!
      302400
10!/2!/4!
       75600
```

D8a $\binom{6}{2} \cdot \binom{5}{1} \cdot \binom{3}{1} = 225$.

D8b $\binom{6}{2} \cdot \binom{8}{2} = 420$. (2 rode en 2 andere)

```
6 nCr 2*5*3
         225
6 nCr 2*8 nCr 2
         420
```

D8c $\binom{5}{3} \cdot \binom{9}{1} + \binom{5}{4} = 95$. (3 of 4 witte)

D8d $\binom{11}{4} = 330$. (4 niet zwarte)

```
5 nCr 3*9 nCr 1+
5 nCr 4
          95
11 nCr 4
         330
```

D9a $\binom{10}{4} \cdot \binom{6}{4} \cdot \binom{2}{2} = 3150$.

```
10 nCr 4*6 nCr 4
*2 nCr 2
        3150
10 nCr 4*6 nCr 4
        3150
```

D9b De verdelingen 6 6 8 en 6 7 7 kunnen elk op 3 manieren.
$3 \cdot \binom{20}{6} \cdot \binom{14}{6} \cdot \binom{8}{8} + 3 \cdot \binom{20}{6} \cdot \binom{14}{7} \cdot \binom{7}{7} = 748\,261\,800$.

```
20 nCr 6*14 nCr
6+20 nCr 6*14 nC
r 7
   249420600
Ans*3
   748261800
```

D10a $2^{16} = 65\,536$. (elk hokje al dan niet groen)

D10b $\binom{16}{8} = 12\,870$.

D10c $\binom{16}{14} + \binom{16}{15} + \binom{16}{16} = 137$.

```
2^16
       65536
16 nCr 8
       12870
16 nCr 14+16 nCr
 15+16 nCr 16
         137
```

D11a $\binom{11}{4} = 330$.

D11b $\binom{7}{2} \cdot \binom{4}{2} = 126$.

D11c $\binom{4}{1} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{4}{2} = 72$.

```
11 nCr 4
         330
7 nCr 2*4 nCr 2
         126
4 nCr 1*3 nCr 1*
4 nCr 2
          72
```

D12 $\binom{4}{1}$(naar de linker S) $+ \binom{4}{2}$(naar de middelste S) $+ \binom{4}{3}$(naar de rechter S) $= 14$.

```
4 nCr 1+4 nCr 2+
4 nCr 3
          14
```

Gemengde opgaven 1. Combinatoriek

	< 25	≥ 25	
vrouw	**174**	201	**375**
man	38	150	188
	212	351	**563**

G1a 150 mannen van 25 jaar en ouder.

G1b $\frac{201}{351} \times 100\% \approx 57{,}3\%$.

```
201/351*100
  57.26495726
```

G2a $\binom{6+14+5}{3} = \binom{25}{3} = 2300$.

G2b $\binom{14}{2} \cdot \binom{6+5+3}{1} + \binom{14}{3} = 1638$.

```
25 nCr 3
        2300
14 nCr 2*14 nCr
1+14 nCr 3
        1638
```

G2c $\binom{6}{1} \cdot \binom{14}{1} \cdot \binom{5}{1} + \binom{6}{1} \cdot \binom{14}{1} \cdot \binom{3}{1} + \binom{6}{1} \cdot \binom{5}{1} \cdot \binom{3}{1} + \binom{14}{1} \cdot \binom{5}{1} \cdot \binom{3}{1}$
$= 6 \cdot 14 \cdot 5 + 6 \cdot 14 \cdot 3 + 6 \cdot 5 \cdot 3 + 14 \cdot 5 \cdot 3 = 972$.

```
6*14*5+6*14*3+6*
5*3+14*5*3
         972
```

G3a $\binom{6}{2}=15.$

```
6 nCr 2
            15
2^6-1
            63
```

G3b $\binom{6}{1}+\binom{6}{2}+\binom{6}{3}+\binom{6}{4}+\binom{6}{5}+\binom{6}{6}=63$ of $2^6-1=63.$

G4a $2^3=8.$

```
2^3
              8
2+2²+2^3+2^4
             30
```

G4b $2^1+2^2+2^3+2^4=30 \Rightarrow$ Ja, want het alfabet bestaat uit 26 letters.

G5a $\binom{3}{2}\cdot\binom{6}{1}=18.$

G5b $\binom{9}{3}=84.$

```
3 nCr 2*6 nCr 1
             18
9 nCr 3
             84
```

G5c $\binom{3}{1}\cdot\binom{3}{1}\cdot\binom{2}{1}+\binom{3}{1}\cdot\binom{3}{1}\cdot\binom{1}{1}+\binom{3}{1}\cdot\binom{2}{1}\cdot\binom{1}{1}+\binom{3}{1}\cdot\binom{2}{1}\cdot\binom{1}{1}=3\cdot3\cdot2+3\cdot3\cdot1+3\cdot2\cdot1+3\cdot2\cdot1=39.$

G5d $7!$ (CDA als één pakket gezien) $\cdot\, 3!=30\,240.$

G5e $6!\cdot 3!\cdot 2!=8\,640.$

```
7!*3!
          30240
6!*3!*2!
           8640
```

```
3*3*2+3*3*1+3*2*
1+3*2*1
             39
```

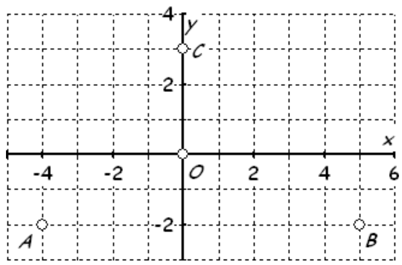
G6a Aantal routes $OBCAO=\binom{7}{2}\cdot\binom{10}{5}\cdot\binom{9}{5}\cdot\binom{6}{2}=10\,001\,880.$

G6b Aantal routes $OABCO=\binom{6}{2}\cdot 1\cdot\binom{10}{5}\cdot 1=3\,780.$

G6c Aantal routes $OBCAO$ = aantal routes $OACBO=10\,001\,880.$
Aantal routes $OABCO$ = aantal routes $OCBAO=3\,780.$
Aantal routes $OBACO=\binom{7}{2}\cdot 1\cdot\binom{9}{5}\cdot 1=2\,646$ = aantal routes $OCABO$.
Andere volgorden zijn er niet $\Rightarrow$ kleinst aantal routes bij $OBACO$ of $OCABO$.

```
7 nCr 2*10 nCr 5
*9 nCr 5*6 nCr 2
       10001880
6 nCr 2*1*10 nCr
 5*1
           3780
```

```
7 nCr 2*1*9 nCr
5*1
           2646
```



G7a $\binom{31}{4}=31\,465.$

G7b $\binom{6}{2}\cdot\binom{5}{2}=150.$

G7c $\binom{31}{2}\cdot\binom{11}{2}=25\,575.$

```
31 nCr 4
          31465
6 nCr 2*5 nCr 2
            150
31 nCr 2*11 nCr
2
          25575
```

G7d $\binom{31}{2}\cdot\binom{6}{1}\cdot\binom{5}{1}+\binom{31}{1}\cdot\binom{6}{2}\cdot\binom{5}{1}+\binom{31}{1}\cdot\binom{6}{1}\cdot\binom{5}{2}=18\,135.$

G7e $\binom{24}{6}\cdot\binom{18}{9}\cdot\binom{9}{9}=6\,544\,057\,520.$

```
31 nCr 2*6*5+31*
6 nCr 2*5+31*6*5
 nCr 2
          18135
24 nCr 6*18 nCr
9
     6544057520
```

G8a $8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4=8 \text{ nPr } 5=6\,720.$

G8b $8\cdot8\cdot8\cdot8\cdot8=8^5=32\,768.$

G8c $1\cdot1\cdot6\cdot5\cdot4=6 \text{ nPr } 3=120.$

```
8 nPr 5
           6720
8^5
          32768
6 nPr 3
            120
```

G9a $\frac{8!}{3!\cdot3!\cdot2!}=560.$

G9b $\binom{6}{4}\cdot\frac{8!}{2!\cdot2!\cdot2!\cdot2!}=37\,800.$

G9c $6\cdot\frac{8!}{3!}+\binom{6}{2}\cdot\frac{8!}{2!\cdot2!}=191\,520.$
Eén cijfer (hiervoor 6 mogelijkheden) komt drie keer voor
OF twee cijfers ($\binom{6}{2}$ mogelijkheden) komen elk twee keer voor.

```
8!/3!/3!/2!
            560
6 nCr 4*8!/2!/2!
/2!/2!
          37800
```

```
6*8!/3!+6 nCr 2*
8!/2!/2!
         191520
```

G10a Kies eerst 6 landen (die de eerste thuiswedstrijd spelen) uit de 12 landen. Dat kan op $\binom{12}{6}$ manieren.
Kies uit de overgebleven 6 landen bij elk gekozen land een tegenstander. Dit kan op $6!$ manieren.
Er zijn $\binom{12}{6}\cdot 6!=665\,280$ lotingen mogelijk.

```
12 nCr 6*6!
         665280
```

G10b Trekken uit bokaal III: 2^4 manieren. Trekken uit bokaal I: $4!$ manieren.
De eerste vier ronden uit bokaal II: $\binom{8}{4}\cdot 4!$ manieren. De vijfde en zesde ronde uit bokaal II: $\binom{4}{2}\cdot 2!$ manieren.
Totaal aantal lotingen: $2^4\cdot 4!\cdot\binom{8}{4}\cdot 4!\cdot\binom{4}{2}\cdot 2!=7\,741\,440.$

```
2^4*4!*8 nCr 4*4
!*4 nCr 2*2!
        7741440
```

G10c In de voorronden worden $6\cdot2=12$ wedstrijden gespeeld. In de poules worden $2\cdot3\cdot2=12$ wedstrijden gespeeld.
De finale is één wedstrijd. Dus totaal bestaat het toernooi uit $12+12+1=25$ wedstrijden.

G11a $\binom{12}{5}=792.$

```
12 nCr 5
            792
```

G11b $\binom{12}{5}\cdot 2^5=25\,344.$

```
12 nCr 5*2^5
          25344
```

G12a $\binom{12}{5}=792.$

G12b $2^{12}=4\,096.$

```
12 nCr 5
            792
2^12
           4096
```

G12c $\binom{4}{1}\cdot\binom{4}{2}\cdot\binom{4}{3}=96.$

G12d $\binom{4}{2}\cdot 2^8=1536.$

```
4 nCr 1*4 nCr 2*
4 nCr 3
             96
4 nCr 2*2^8
           1536
```

G13a $\frac{8!}{2!\cdot2!\cdot2!\cdot2!}$ of $\binom{8}{2}\cdot\binom{6}{2}\cdot\binom{4}{2}\cdot\binom{2}{2}=2\,520.$

```
8!/2!/2!/2!/2!
           2520
```

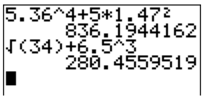
G13b $\frac{14!}{5!\cdot3!\cdot2!\cdot4!}$ of $\binom{15}{5}\cdot\binom{9}{3}\cdot\binom{6}{2}\cdot\binom{4}{4}=2\,522\,520.$

```
14!/5!/3!/2!/4!
        2522520
```

TI-84 — 1. Berekeningen op het basisscherm

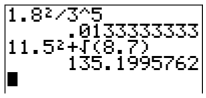
1a $5{,}36^4 + 5 \times 1{,}47^2 \approx 836{,}19.$

1b $\sqrt{34} + 6{,}5^3 \approx 280{,}46.$



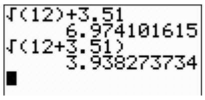
1c $1{,}8^2 : 3^5 \approx 0{,}01.$

1d $11{,}5^2 + \sqrt{8{,}7} \approx 135{,}20.$



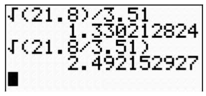
2a $\sqrt{12} + 3{,}51 \approx 6{,}97.$

2b $\sqrt{12 + 3{,}51} \approx 3{,}94.$



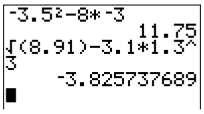
2c $\sqrt{21{,}8} : 3{,}51 \approx 1{,}33.$

2d $\sqrt{21{,}8 : 3{,}51} \approx 2{,}49.$



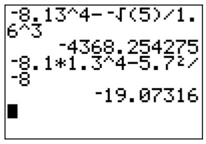
3a $-3{,}5^2 - 8 \times -3 = 11{,}75.$

3b $\sqrt{8{,}91} - 3{,}1 \times 1{,}3^3 \approx -3{,}83.$



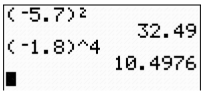
3c $-8{,}13^4 - -\sqrt{5} : 1{,}6^3 \approx -4\,368{,}25.$

3d $-8{,}1 \times 1{,}3^4 - 5{,}7^2 : -8 \approx -19{,}07.$



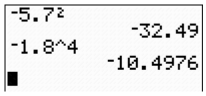
4a $(-5{,}7)^2 = 32{,}49.$

4b $(-1{,}8)^4 = 10{,}4976.$



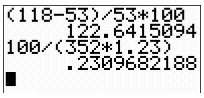
4c $-5{,}7^2 = -32{,}49.$

4d $-1{,}8^4 = -10{,}4976.$



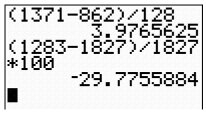
5a $\frac{118-53}{53} \times 100 \approx 122{,}6.$

5b $\frac{100}{352 \times 1{,}23} \approx 0{,}2.$



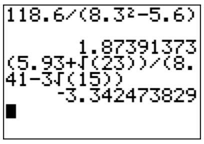
5c $\frac{1371-862}{128} \approx 4{,}0.$

5d $\frac{1283-1827}{1827} \times 100 \approx -29{,}8.$



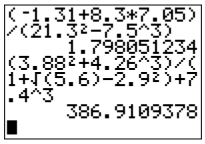
6a $\frac{118{,}6}{8{,}3^2 - 5{,}6} \approx 1{,}87.$

6b $\frac{5{,}93 + \sqrt{23}}{8{,}41 - 3\sqrt{15}} \approx -3{,}34.$



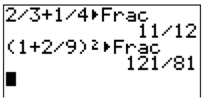
6c $\frac{-1{,}31 + 8{,}3 \times 7{,}05}{21{,}3^2 - 7{,}5^3} \approx 1{,}80.$

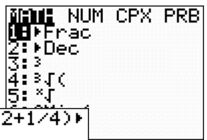
6d $\frac{3{,}88^2 + 4{,}26^3}{1 + \sqrt{5{,}6} - 2{,}9^2} + 7{,}4^3 \approx 386{,}91.$



7a $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{11}{12}.$

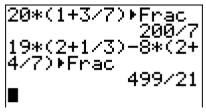
7b $(1\frac{2}{9})^2 = \frac{121}{81}.$





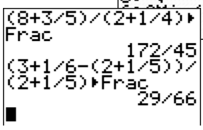
7c $20 \times 1\frac{3}{7} = \frac{200}{7}.$

7d $19 \times 2\frac{1}{3} - 8 \times 2\frac{4}{7} = \frac{499}{21}.$



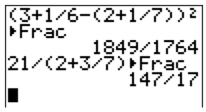
8a $8\frac{3}{5} : 2\frac{1}{4} = \frac{172}{45}.$

8b $(3\frac{1}{6} - 2\frac{1}{5}) : 2\frac{1}{5} = \frac{29}{66}.$

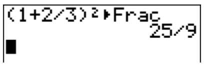


8c $(3\frac{1}{6} - 2\frac{1}{7})^2 = \frac{1849}{1764}.$

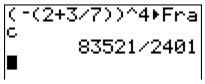
8d $21 : 2\frac{3}{7} = \frac{147}{17}.$



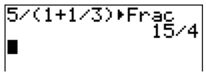
9a $(1\frac{2}{3})^2 = \frac{25}{9}.$



9b $(-2\frac{3}{7})^4 = \frac{83521}{2401}.$

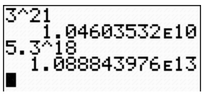


9c $5 : 1\frac{1}{3} = \frac{15}{4}.$



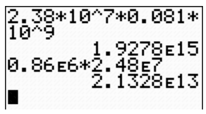
10a $3^{21} \approx 1{,}05 \cdot 10^{10}.$

10b $5{,}3^{18} \approx 1{,}09 \cdot 10^{13}.$



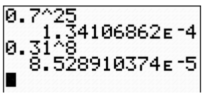
10c $2{,}38 \cdot 10^7 \times 0{,}081 \cdot 10^9 \approx 1{,}93 \cdot 10^{15}.$

10d $0{,}86 \cdot 10^6 \times 2{,}48 \cdot 10^7 \approx 2{,}13 \cdot 10^{13}.$



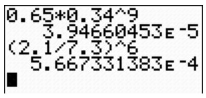
11a $0{,}7^{25} \approx 0{,}00013.$

11b $0{,}31^8 \approx 0{,}00009.$



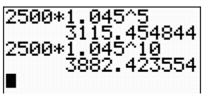
11c $0{,}65 \times 0{,}34^9 \approx 0{,}00004.$

11d $(2{,}1 : 7{,}3)^6 \approx 0{,}00057.$



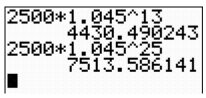
12a $2\,500 \cdot 1{,}045^5 \approx 3115{,}45$ (€).

12b $2\,500 \cdot 1{,}045^{10} \approx 3\,882{,}42$ (€).

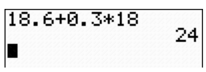


12c $2\,500 \cdot 1{,}045^{13} \approx 4\,430{,}49$ (€).

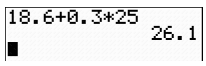
12d $2\,500 \cdot 1{,}045^{25} \approx 7\,513{,}59$ (€).



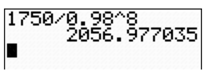
13a $18{,}6 + 0{,}3 \times 18 = 24$ (miljoen euro).



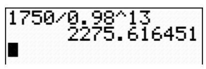
13b $18{,}6 + 0{,}3 \times 25 = 26{,}1$ (miljoen euro).



14a $1750 : 0{,}98^8 \approx 2\,056{,}98$ (€).



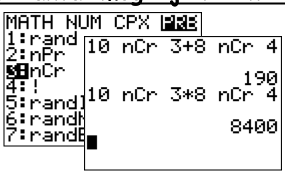
14b $1750 : 0{,}98^{13} \approx 2\,275{,}62$ (€).



TI-84 — 2b. Aantal mogelijkheden berekenen bij telproblemen

1a $\binom{10}{3} + \binom{8}{4} = 190.$

1b $\binom{10}{3} \cdot \binom{8}{4} = 8\,400.$



1c $\binom{12}{7} + \binom{12}{5} \cdot \binom{8}{3} = 45144.$

1d $\binom{9}{7} \cdot \binom{9}{5} + \binom{5}{3} \cdot \binom{7}{2} = 4\,746.$